Bij vermenigvuldigen van twee grote getallen onder elkaar staan de rijen onder de streep elk voor een tussenstap. De eerste rij staat voor het vermenigvuldigen met het cijfer dat de eenheden van het onderste getal boven de streep weergeeft. De tweede rij staat voor het vermenigvuldigen met het cijfer dat de tientallen weergeeft, vandaar de eerste gekleurde nul. De derde rij staat voor het vermenigvuldigen met het cijfer dat de honderdtallen weergeeft, vandaar de twee gekleurde nullen. Is één van de cijfers waarmee je moet vermenigvuldigen een 0 en krijg je dus een rijtje nullen, dan mag je die rij bij het opschrijven overslaan. Let er wel op dat je het juiste aantal nullen op de volgende rij schrijft!

```
    5.327              5.327
      703 x              703 x
 ---------          ---------
   15.981             15.981
    0 000          3.728.900 +
3.728.900 +         ---------
 ---------         3.744.881
3.744.881
```

```
    2.160              2.160
    3.007 x            3.007 x
 ---------          ---------
   15.120             15.120
   00.000          6.480.000 +
  0 00.000          ---------
6.480.000 +        6.495.120
 ---------
6.495.120
```


5 Delen

Delen is het omgekeerde van vermenigvuldigen. Vermenigvuldigen is hetzelfde getal een aantal keren optellen. Delen is hetzelfde getal een aantal keren aftrekken. Het teken voor delen is het *deelteken* (:). Je zegt: 'gedeeld door'. De uitkomst van een deling heet met een moeilijk woord *quotiënt* (spreek uit koosjènt). Het getal dat je wilt delen heet het *deeltal*. Het getal waardóór je het deeltal wilt delen, heet de *deler*.

6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 =
Je hebt 8 keer 6 opgeteld, dus 8 x 6 = 48

Als je vanaf 48 terugtelt naar 0 in stapjes van 6, moet dat 8 keer totdat je op 0 bent uitgekomen.
Verdeel 48 snoepjes maar eens over 6 kinderen: alle 6 kinderen krijgen eerst allemaal één snoepje (6 snoepjes minder in de zak), daarna allemaal weer een snoepje (weer 6 minder in de zak), enzovoort. Totdat alle 6 kinderen elk 8 snoepjes hebben. En dan zijn de snoepjes op.

48 : 6 = 48 – 6 – 6 – 6 – 6 – 6 – 6 – 6 – 6 = 0
Je hebt 8 keer 6 afgetrokken, dus 48 : 6 = 8

48	:	6	=	8
deeltal	deelteken	deler		quotiënt

Je leest een 'gedeeld door' som als een omgekeerde vermenigvuldiging.

6 x 8 = 48 en 48 : 6 = 8

Als je de som .. x 6 = 48 maakt,
reken je hetzelfde uit als bij 48 : 6 =

Vergelijk maar:

2 x … = 8   8 : 2 = … (4)
5 x … = 40   40 : 5 = … (8)
… x 7 = 21   21 : 7 = … (3)

Als je 3 taartjes eerlijk wilt verdelen met z'n drieën, krijgt ieder er 1.

3 : 3 = 1, spreek uit: 3 gedeeld door 3 is 1.

Als je met z'n drieën 9 snoepjes verdeelt, krijgt iedereen er 3.

9 : 3 = 3, spreek uit: 9 gedeeld door 3 = 3.

Delen met rest

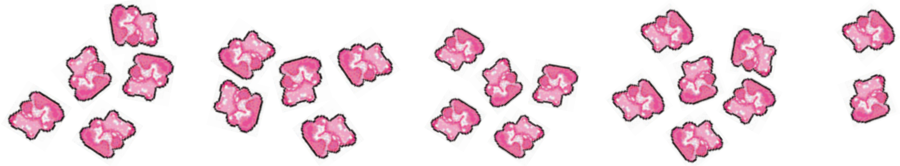
Maar wat moet je doen als je 4 taartjes eerlijk met z'n drieën wilt verdelen?
Dan houd je er 1 over. Iedereen krijgt nog steeds 1 taartje, maar er is een rest van 1 taartje. Dat zou je in stukjes kunnen verdelen, maar dat komt pas bij breuken. Je schrijft:
4 : 3 = 4 rest 1, spreek uit: 4 gedeeld door 3 is 3 rest 1.

Ook bij delen met rest, kun je de deelsom zien als een omgekeerde vermenigvuldiging, waar je de rest bij optelt.

8 donuts, 4 kinderen: 8 : 4 = 2 want 8 = 4 x 2
10 donuts, 4 kinderen: 10 : 4 = 2 rest 2 want 10 = (4 x 2) + 2

9 dropjes, 3 kinderen: 9 : 3 = 3 want 3 x 3 = 9
10 dropjes, 3 kinderen: 10 : 3 = 3 rest 1 want 10 = (3 x 3) + 1

22 dropjes, 4 kinderen: 22 : 4 = 5 rest 2 want 22 = (5x 4) + 2



Als je de tafels goed kent, zijn deze deelsommen niet moeilijk. Je moet ze, net als de tafels, uit je hoofd kunnen doen.

uit het hoofd

1 : 1 = 1	2 : 2 = 1	3 : 3 = 1	4 : 4 = 1	5 : 5 = 1
2 : 1 = 2	4 : 2 = 2	6 : 3 = 2	8 : 4 = 2	10 : 5 = 2
3 : 1 = 3	6 : 2 = 3	9 : 3 = 3	12 : 4 = 3	15 : 5 = 3
4 : 1 = 4	8 : 2 = 4	12 : 3 = 4	16 : 4 = 4	20 : 5 = 4
5 : 1 = 5	10 : 2 = 5	15 : 3 = 5	20 : 4 = 5	25 : 5 = 5
6 : 1 = 6	12 : 2 = 6	18 : 3 = 6	24 : 4 = 6	30 : 5 = 6
7 : 1 = 7	14 : 2 = 7	21 : 3 = 7	28 : 4 = 7	35 : 5 = 7
8 : 1 = 8	16 : 2 = 8	24 : 3 = 8	32 : 4 = 8	40 : 5 = 8
9 : 1 = 9	18 : 2 = 9	27 : 3 = 9	36 : 4 = 9	45 : 5 = 9
10 : 1 = 10	20 : 2 = 10	30 : 3 = 10	40 : 4 = 10	50 : 5 = 10

6 : 6 = 1	7 : 7 = 1	8 : 8 = 1	9 : 9 = 1	10 : 10 = 1
12 : 6 = 2	14 : 7 = 2	16 : 8 = 2	18 : 9 = 2	10 : 10 = 2
18 : 6 = 3	21 : 7 = 3	24 : 8 = 3	27 : 9 = 3	30 : 10 = 3
24 : 6 = 4	28 : 7 = 4	32 : 8 = 4	36 : 9 = 4	40 : 10 = 4
30 : 6 = 5	35 : 7 = 5	40 : 8 = 5	45 : 9 = 5	50 : 10 = 5
36 : 6 = 6	42 : 7 = 6	48 : 8 = 6	54 : 9 = 6	60 : 10 = 6
42 : 6 = 7	49 : 7 = 7	56 : 8 = 7	63 : 9 = 7	70 : 10 = 7
48 : 6 = 8	56 : 7 = 8	64 : 8 = 8	72 : 9 = 8	80 : 10 = 8
54 : 6 = 9	63 : 7 = 9	72 : 8 = 9	81 : 9 = 9	90 : 10 = 9
60 : 6 = 10	70 : 7 = 10	80 : 8 = 10	90 : 9 = 10	100 : 10 = 10

Handig delen

Net als bij vermenigvuldigen, mag je delingen splitsen.

96 : 3 = (90 : 3) + (6 : 3) = 30 + 2 = 32
231 : 7 = (210 : 7) + (21 : 7) = 30 + 3 = 33
266 : 7 = (280 : 7) – (14 : 7) = 40 – 2 = 38

Je mag in een deling beide getallen met hetzelfde getal vermenigvuldigen of door hetzelfde getal delen.
8 : 4 = 2 en 4 : 2 = 2 (delen door 2)
100 : 20 = 5 en 10 : 2 = 5 (delen door 10)

Bij lastige getallen kan dat handig zijn. In de som 370 : 5 mag je beide getallen verdubbelen tot een som die je makkelijker vindt.
740 : 10 = 74

Deelsommen met deeltallen die op een 0 eindigen, kun je eenvoudig oplossen door eerst de 0 weg te laten en die daarna weer achter de uitkomst bij te plaatsen. Bij 270 : 3 doe je eerst 27 : 3 = 9 en daarna plaats je er een 0 achter (90). Je hebt met het weghalen van de 0 door 10 gedeeld, dan moet je daar de uitkomst weer mee 'terug' vermenigvuldigen.

Staartdeling

Als je een moeilijker deelsom moet maken, met deeltallen en delers die je niet uit je hoofd kent van de tafels, dan schrijf je de deling uit in stapjes. De deling schrijf je dan direct al anders. In plaats van het deelteken (:) vóór de deler, zet je het deeltal nu tussen twee schuine streepjes en de deler ervóór.
147 : 7 schrijf je dan als 7 / 147 \

De uitkomst komt rechts van het tweede streepje te staan. De stapjes waarin je de deling uitwerkt, komen eronder. Afhankelijk van het aantal stapjes dat je zet, wordt de 'staart' onder het deeltal langer. Daarom heet een op deze manier uitgewerkte deling een staartdeling.

De deelsom hierboven kun je uitrekenen met een staartdeling in twee stappen.

Stap 1: Kijk naar de eerste cijfers van het deeltal vanaf links en neem er zoveel als nodig om door de deler, hier 7, te kunnen delen. In dit geval: de 1 is niet genoeg om door 7 te kunnen delen; neem dus ook de 4 erbij. 14 kun je door 7 delen. Dat is 2. Schrijf dit rechts van het tweede streepje.

7 / 147 \ 2

Controleer met een vermenigvuldiging 2 x 7 = 14. Schrijf die uitkomst onder de 14 van het deeltal en trek die daarvan af. Dat komt op 0 uit. Je mag die opschrijven, maar meestal doe je dat niet.

```
7 / 147 \ 2
    14
     0
```

Stap 2: 'Haal' nu het volgende cijfer van het deeltal aan en schrijf dat onder de streep, naast de 0. Kijk nu of je weer door 7 kan delen. Dat kan, daar komt 1 uit. Schrijf die 1 rechts achter de 2 die je al had in stap 1.

```
7 / 147 \ 21
    14
     07
```

Controleer met een vermenigvuldiging 1 x 7 = 7, schrijf die 7 weer onder de 7 in de staart en trek die af van de 7 die erboven staat. Daar komt 0 uit. De uitkomst is 21.

7 / 147 \ 21
14
07
7
0

De uitkomst controleer je met een vermenigvuldiging.
147 : 7 = 21
7 x 21 = 147

Rest in de staart
Bij deze staartdeling kwamen de tussenstappen op 0 uit.
Je tussendelingen hadden geen rest.
Hoe gaat het als je wel een rest hebt? Waar de 0 kwam te staan, komt dan de rest.

6 / 138 \ 2
12
1

Ook nu haal je de 8 van boven aan en zet die rechts van de 1, de rest van de eerste stap. Je krijgt dan het getal 18.

6 / 138 \ 2
12
18

18 kun je weer delen door 6. Daar komt 3 uit. Schrijf die in de uitkomst rechts van de 2 die je al had. De uitkomst is 23. Controleer met een vermenigvuldiging. 3 x 6 is 18. Schrijf 18 onder de staart en trek af. De laatste stap komt uit op 0. Geen rest dus.

6 / 138 \ 23
12
18
18
0

De uitkomst controleer je met een vermenigvuldiging.
138 : 6 = 23
6 x 23 = 138

Rest in de uitkomst
Het komt ook voor dat je einduitkomst een rest heeft.

8 / 586 \ 7
56
2

Stap 1 heeft 2 als rest. Na het aanhalen van de 6 geeft ook de tweede deling een rest. 3 x 8 = 24, dus een rest van 2.

8 / 586 \ 73
56
26
24
2

De uitkomst controleer je met een vermenigvuldiging.
586 : 8 = 73 rest 2
(8 x 73) + 2 = 586

Regel **Staartdeling**

```
5 /813 \ 162
   5
   31
   30
    13
    10
     3
```

1. Onderstreep in het deeltal 813 het kortste beginstuk dat groter dan of gelijk aan de deler is. Hier heb je aan het eerste cijfer genoeg: 8. Deel dit door de deler, 5 en schrijf de uitkomst rechts van de schuine streep. Controleer met de vermenigvuldiging 1 x 5 = 5. Schrijf die uitkomst onder de 8 en trek af: 8 – 5 = 3. Noteer de rest onder de streep.
2. Haal het eerstvolgende cijfer uit het deeltal op en schrijf dit achter de tussenrest, 31. Deel 31 door de deler, 5 en schrijf de uitkomst, 6, achter de 1 rechts van de schuine streep. Controleer met de vermenigvuldiging 6 x 5 = 30 en noteer 30 onder 31. Trek af: 31 – 30 = 1 en schrijf deze tussenrest, 1, weer onder de streep.
3. Haal het laatste cijfer uit het deeltal op, de 3, en schrijf die achter de 1, 13. Deel 13 weer door de deler, 5 en schrijf de uitkomst, 2 achter de 16 rechts van de schuine streep. Controleer met 2 x 5 = 10 en noteer 10 onder 13. Trek af en noteer de rest, 3, onder de streep.

De uitkomst controleer je met een vermenigvuldiging.
813 : 5 = 162 rest 3
(5 x 162) +3 = 813

In elk van de tussenstappen deel je een tussendeeltal door de deler. Dat zijn dus vaak delingen met een rest. Omdat delen het omgekeerde is van vermenigvuldigen kun je bij elk van die stappen ook zeggen: zoek het grootste veelvoud van de deler dat kleiner is of gelijk aan (dat 'past in') het tussendeeltal. Schrijf het veelvoud onder het deeltal en trek het af.

Staartdeling met grote getallen

Bij delingen met grote getallen moet je het grootst mogelijke veelvoud goed schatten. Als je je vergist bij dat veelvoud, loopt je staartdeling vast. Bij delers die groter zijn dan de tafels die je uit je hoofd kent, kun je gemakkelijk een fout maken omdat je het veelvoud te groot of te klein genomen hebt. De staartdeling 34 /2.351\ loopt vast als je het veelvoud te groot neemt. Je kunt 238 niet van 235 aftrekken.

```
niet 34 /2.351\ 7        maar 34 /2.351\ 6
         2 38                     2 04
                                    31
```

Het lukt ook niet als je het veelvoud te klein neemt. Want je mag geen rest overhouden die groter is dan de deler. In het voorbeeld hieronder zou je dan een 1 rechts van de 5 naast de schuine streep willen noteren. Maar de uitkomst is natuurlijk niet 511, rest 3, maar 61, rest 3.

```
43 /2.626\ 511        43 /2.626\ 6
    2 15                  2 58
      47                    46
      43                    43
       46                    3
```

De uitkomst controleer je met een vermenigvuldiging. Die mag je op de rekenmachine doen.
2.626 : 43 = 61, rest 3
(61 x 43) + 3 = 2.626

Regel **Staartdeling met grote getallen**

```
46 /52.879\ 1149
    46
     68
     46
     227
     184
      439
      414
       25
```

1. Onderstreep in het deeltal het kortste beginstuk dat groter dan of gelijk aan de deler is. Hier neem je de eerste twee cijfers: 52. Deel dit door de deler, 46 en schrijf de uitkomst, 1, rechts van de schuine streep. Controleer met de vermenigvuldiging
1 x 46 = 46.
Schrijf de 46 onder 52 en trek af:
52 – 46 = 6. Schrijf de rest onder de streep.
2. Haal het eerstvolgende cijfer uit het deeltal op, 8, en schrijf dit achter de tussenrest: 6.
Deel 68 door de deler, 46 en schrijf de uitkomst, 1, achter de 1 rechts van de schuine streep.
Controleer met 1 x 46 = 46 en noteer 46 onder 68.
Trek af: 68 – 46 = 22 en schrijf deze tussenrest, 22, weer onder de streep.
3. Haal het volgende cijfer uit het deeltal op, 7, en schrijf dat achter 22: 227.
Deel 227 weer door de deler, 46 en schrijf de uitkomst, 4, achter de 11 rechts van de schuine streep. Controleer met 4 x 46 = 184 en noteer 184 onder 227. Trek af en schrijf de tussenrest, 43, onder de streep.
4. Haal het laatste cijfer uit het deeltal op, 9, en schrijf dat achter 43: 439.
Deel 439 weer door de deler, 46 en schrijf de uitkomst, 9, achter de 114 rechts van de schuine streep. Controleer met 9 x 46 = 414 en noteer 414 onder 439. Trek af en schrijf de rest, 25, onder de streep.

De uitkomst controleer je met een vermenigvuldiging.
Die mag je op de rekenmachine doen.
52.879 : 46 = 1.149 rest 25
(46 x 1.149) + 25 = 52.879

Staartdelingen met nullen in het antwoord

```
43 /25.961 \ 603
    25 8
       16
       00
       161
       129
        32
```

Soms kun je niet door de deler delen, ook niet nadat je een cijfer uit het deeltal hebt aangehaald. Er komt dan een 0 in het antwoord. Pas daarna mag je een volgend cijfer uit het deeltal ophalen.

Als er een 0 in het deeltal voorkomt, moet je dus een 0 aanhalen. Door 0 kun je niet delen. Daarom schrijf je een 0 in het antwoord. Voor elke 0 in het deeltal die je aanhaalt, komt er een 0 in het antwoord. Om dat niet te vergeten, kun je het beste een puntje schrijven voor elk cijfer dat er nog in het antwoord moet komen te staan.

```
5 /3.750\ 750
   3 5
     25
     25
      00
```

Je begint met 37. Dat geeft 7 in het antwoord.
Het deeltal bevat na 37 nog twee cijfers.
Zet daarom twee punten naast de 7 van het antwoord.
Haal de 5 aan. Dat geeft een 5 in het antwoord. Zet die op de eerste punt.
Haal de 0 aan. Dat geeft een 0 in het antwoord. Zet die op de tweede punt.

```
6 /6.604\ 1.100
   6
   0 6
     6
     00
      0
      04
       4
       4
```

Je begint met 6. Dat geeft 1 in het antwoord.
Het deeltal bevat na 6 nog drie cijfers. Zet daarom drie punten naast de 1 van het antwoord.
Haal de 6 aan. Dat geeft een 1 in het antwoord op de tweede punt.
Haal nu de 0 aan. Je kunt niet door 0 delen.
Zet dus een 0 op de derde punt.
Haal nu de 4 aan en zet ook nog een 0 op de vierde punt. Want je kunt 4 niet door 6 delen.
De uitkomst is 1.100 rest 4

De hapmethode

De staartdeling is de handigste manier om te gebruiken bij delingen die niet uit het hoofd kunnen. Veel lesmethoden leren delingen op een andere manier onder elkaar. Het nadeel daarvan is dat je verschillende tussenuitkomsten kunt hebben. Dat is lastig nakijken en voor jezelf soms verwarrend. Bij die manier, die ook wel de hapmethode heet, trek je steeds zo groot mogelijke 'happen' van het deeltal af.

5.434	: 13 =		
1.300 –	100 x	(ik denk dat 13 zeker 100 keer past in 5.434)	
4.134		(hé, er blijft nog veel over, misschien	
2.600 –	200 x	past 13 er nog wel 200 keer in)	(of in één keer 400 x)
1.534			
1.300 –	100 x	(het kan nog wel 100 keer)	
234		(nu kan het geen 100 keer meer,	
130 –	10 x	maar nog wel 10 keer)	
104			
65 –	5 x	(nu nog 5 keer)	
39			
39 –	3 x +	(en nog 3 keer!)	
0	418 x		

dus: 5.434 : 13 = 418

Deelbaarheid

Er zijn sommen waarbij het nodig is om snel te weten of een getal deelbaar is door bijvoorbeeld 3 of 8.
Voor de getallen 2, 3, 4, 5, 6, 8 en 9 zijn daar trucjes voor.

2 Een getal is deelbaar door 2 als het laatste cijfer even is, dus 0, 2, 4, 6 of 8.

3 Een getal is deelbaar door 3 als de som van alle cijfers deelbaar is door 3.
864 is deelbaar door 3, want 8 + 6 + 4 = 18 en dat is deelbaar door 3.

4 Een getal is deelbaar door 4 als de laatste 2 cijfers deelbaar zijn door 4.
4.156 is deelbaar door 4, omdat 56 deelbaar is door 4.

5 Een getal is deelbaar door 5 als het laatste cijfer een 0 of een 5 is.

6 Een getal is deelbaar door 6 als je het kunt delen door 2 èn door 3. Het moet dus een even getal zijn, waarvan de som van de cijfers deelbaar is door 3.
7.638 is een even getal, dus deelbaar door 2; 7 + 6 + 3 + 8 = 24 en dat is deelbaar door 3.

8 Een getal is deelbaar door 8 als de laatste 3 cijfers deelbaar zijn door 8.
7.840 is deelbaar door 8, omdat 840 deelbaar is door 8.

9 Een getal is deelbaar door 9 als de som van de cijfers deelbaar is door 9.
7.398 is deelbaar door 9 omdat 7 + 3 + 9 + 8 = 27 en dat is deelbaar door 9.

Gemiddelde

Als je ergens het gemiddelde van wilt berekenen, moet je delen. Een gemiddelde is de totaalsom van een aantal getallen gedeeld door het aantal getallen.

Mark heeft 4 rekentoetsen gehad. Hij behaalde de volgende cijfers: 8, 5, 7 en 4. Welk cijfer krijgt hij op zijn rapport?
Daarvoor is het nodig om het gemiddelde uit te rekenen.
De totaalsom (alle cijfers opgeteld) is: 8 + 5 + 7 + 4 = 24. Het zijn 4 cijfers, dus is het gemiddelde 24 : 4 = 6.

Frits reed op zijn fiets in 3 uur een afstand van 60 kilometer. Hij reed waarschijnlijk niet altijd even hard. Wat was zijn gemiddelde snelheid?

60 km	:	3 uur	=	20 km per uur
(totaal aantal kilometers)		(totale tijd)		(gemiddelde snelheid)

Grootste gemene deler

De *grootste gemene deler*, afgekort tot *ggd*, van twee getallen is het grootste getal waar je die beide getallen door kunt delen. Gemene is een ouderwets woord voor gemeenschappelijk. Getallen kunnen gemeenschappelijke delers hebben. Dan kunnen ze allemaal door diezelfde deler gedeeld worden. Getallen uit de tafel van 4 kunnen alle-maal door 4 gedeeld worden, bijvoorbeeld 12, 24 en 36. Die getallen hebben 4 als gemeenschappelijke deler. Maar er zijn ook getallen, niet uit de tafel van 4, die wel deelbaar zijn door 4. Een aantal getallen uit de tafel van 3 bijvoorbeeld: 12 en 24. Dat kun je zien door de tafels te vergelijken en te kijken waar dezelfde getallen staan. Zo vind je gemeenschappelijke delers. De getallen 12 en 24 hebben 3 en 4 als gemeenschappelijke deler. 12 en 24 komen ook voor in de tafel van 6; nog een gemeenschappelijke deler dus!
Als je de grootste gemene deler zoekt van twee getallen, dan zoek je het grootste getal waardoor beide getallen gedeeld kunnen worden. In het voorbeeld hierboven was dat dus 6.
Zoek je de grootste gemene deler van 12 en 18, kijk je naar de tafels van 2, 3 en 6, want daarin komen beide getallen voor

1 x 2 = 2	1 x 3 = 3	1 x 6 = 3
2 x 2 = 4	2 x 3 = 6	2 x 6 = 12
3 x 2 = 6	3 x 3 = 9	3 x 6 = 18
4 x 2 = 8	4 x 3 = 12	
5 x 2 = 10	5 x 3 = 15	
6 x 2 = 12	6 x 3 = 18	
7 x 2 = 14		
8 x 2 = 16		
9 x 2 = 18		

De grootste tafel waarin 12 en 18 allebei voorkomen is die van 6. Daarom is 6 de grootste gemene deler van 12 en 18.
Zoek je de grootste gemene deler van 6 en 12, kijk je naar de tafels waar 6 en 12 allebei in voorkomen. Dat zijn de tafels van 2, 3 en 6. De grootste tafel is die van 6. Dus is 6 de ggd van 6 en 12.

De ggd van 15 en 20, is 5. De tafel van 5 is de enige tafel waar 15 en 20 allebei in staan.
Voor het vinden van de ggd van drie getallen, kijk je in welke tafels die drie getallen alle drie voorkomen. De grootste gemene deler van 6, 9 en 12 is 3. Kijk maar naar de tafel van 3.